

高等教育出版社正式出版

HEP
MNFG 高校数学期末复习宝典

不挂科 高数叔 $\lim_{\epsilon} \frac{1}{\epsilon}$

高等数学（上） 期末模拟试卷



购买期末复习宝典



关注领取数学期末复习宝典

高等数学（上）期末模拟试卷（A1）

一、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时，以下各式为无穷小量的是（ ）.

- A. $\frac{x + \cos x}{x}$ B. $\frac{\sin x}{x}$ C. $\frac{\sin x}{\sqrt{x}}$ D. $\frac{1}{2^x - 1}$

2. 设 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ 均为非负数列，且 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = +\infty$, 则（ ）.

（江苏某重点高校）

- A. 对任意正整数 n , 有 $a_n < b_n$ B. 对任意正整数 n , 有 $b_n < c_n$
 C. 数列 $\{a_n c_n\}$ 发散 D. 数列 $\{b_n c_n\}$ 发散



3. 设 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上连续，则 $x = 0$ 是函数 $g(x) = \frac{\int_0^x f(t) dt}{x}$ 的（ ）间断点.

- A. 跳跃 B. 可去 C. 无穷 D. 振荡

4. 设函数 $f(x)$ 满足等式 $f(x) = x^2 - 2 \int_0^1 f(t) dt$, 则 $\int_0^1 f(x) dx =$ （ ）.

- A. 1 B. $\frac{1}{9}$ C. -1 D. $-\frac{1}{3}$

5. 积分 $\int_1^3 \frac{dx}{x \ln x} =$ （ ）.

- A. $\ln \ln 3$ B. 0 C. $+\infty$ D. 1



二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{1-2x} =$ _____.

2. 若 $f(x)$ 是可导函数，且 $f(e^x + 1) = e^{2x} + e^x + 1$ ， $df(x) =$ _____。（四川某重点高校）

3. 曲线 $y = 2x^3$ 的拐点是_____.

4. 定积分 $\int_{-1}^1 (\tan x \sin x^4 + \sqrt{1-x^2}) dx =$ _____.

5. 不定积分 $\int \sin x e^{2\cos x} dx =$ _____.

三、求下列极限：（每题 6 分，共 12 分）

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - \sqrt{\cos x}}{x \sin x}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \ln(1+t) dt}{x^2(1-\cos x)}$ 。（北京某 985 高校）



四、（本题 6 分）已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+bx)}{x}, & x > 0, \\ 2, & x = 0, \\ (1+ax)^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续，求 a, b 。



五、(本题6分) 讨论函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}, & x \neq 0, \\ \frac{1}{2}, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处的可微性.

六、(本题6分) 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^{xy} - 1 = x + \int_1^y e^{u^2} du$ 确定, 求 $y'(x)$ 及 $y'(0)$.

七、(本题7分) 求曲线 $\begin{cases} x = a \cos^3 t, \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$ 在 $t = \frac{\pi}{4}$ 处相应点的切线方程.



八、(本题8分) 求函数 $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{(x+1)^2}$ 的单调区间与极值及图形的凹凸区间与拐点.

九、求下列不定积分: (每题7分, 共14分)

(1) $\int \tan^3 x \sec^4 x dx;$

(2) $\int \frac{\arctan e^x}{e^x} dx.$



十、（本题 9 分）

(1) 计算不定积分 $\int \frac{1}{1+2\sin^2 x} dx$;

(2) 设 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上一以 T 为周期的连续函数 ($T > 0$)，证明：

$$\int_C^{C+T} f(x) dx \text{ 是一个与 } C \text{ 无关的量；}$$

(3) 计算定积分 $\int_0^{2020\pi} \frac{1}{1+2\sin^2 x} dx$.

十一、（本题 8 分）设正整数 $n \geq 2$ ，

(1) 证明方程 $x + x^2 + \dots + x^n = 1$ 有唯一的小于 1 的正实根；

(2) 记 (1) 中方程的实根为 x_n ，证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{1}{2}$.



十二、（本题 6 分）证明不等式 $e^x > 2x - 1, \forall x \in \mathbf{R}$.（北京某 985 高校）

购买期末复习宝典

十三、（本题 8 分）设平面图形由曲线 $y = e^x$ 过 $(0,0)$ 点的切线、 y 轴及曲线 $y = e^x$ 所围成。

(1) 求该平面图形的面积；

(2) 求该平面图形绕 $x = 1$ 旋转一周所得旋转体的体积。



关注领取数学期末复习宝典

高等数学（上）期末模拟试卷（A1）参考答案

一、 1. C. 2. D. 3. B. 4. B. 5. C.

二、 1. e^{-2} . 2. $(2x-1)dx$. 3. $(0,0)$. 4. $\frac{\pi}{2}$.

5. $-\frac{1}{2}e^{2\cos x} + C$.

三、 1. $\frac{3}{4}$. 2. 1. 四、 $a = \ln 2$, $b = 2$.

五、 可微. 六、 $y'(x) = \frac{1 - ye^{xy}}{e^{xy}x - e^{y^2}}$, $y'(0) = 0$.

七、 $y + x = \frac{a}{\sqrt{2}}$. 八、 略.

九、 (1) $\frac{\tan^6 x}{6} + \frac{\tan^4 x}{4} + C$;

(2) $-e^{-x} \arctan e^x + x - \frac{1}{2} \ln(1 + e^{2x}) + C$.

十、 (1) $\frac{1}{\sqrt{3}} \arctan \sqrt{3} \tan x + C$; (2) 略;

(3) $\frac{2020\pi}{\sqrt{3}}$.

十一、 略. 十二、 略.

十三、 (1) $\frac{e}{2} - 1$; (2) $\left(\frac{5}{3}e - 4\right)\pi$.



购买期末复习宝典

