

高等教育出版社正式出版

HEP  
MNFG 高校数学期末复习宝典

不挂科 高数叔 

# 高等数学（上） 期末模拟试卷（A1）

（试题选自高校期末试卷真题）



购买期末复习宝典

本模拟卷精解精讲视频请扫描



数字高教商城



关注领取数学期末复习宝典

## 高等数学（上）期末模拟试卷（A1）

一、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 当  $x \rightarrow 0$  时，以下各式为无穷小量的是（ ）.

- A.  $\frac{x + \cos x}{x}$       B.  $\frac{\sin x}{x}$       C.  $\frac{\sin x}{\sqrt{x}}$       D.  $\frac{1}{2^x - 1}$

2. 设  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ ,  $\{c_n\}$  均为非负数列，且  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = +\infty$ , 则（ ）.

（江苏某重点高校）

- A. 对任意正整数  $n$ , 有  $a_n < b_n$       B. 对任意正整数  $n$ , 有  $b_n < c_n$   
 C. 数列  $\{a_n c_n\}$  发散      D. 数列  $\{b_n c_n\}$  发散

3. 设  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  上连续，则  $x = 0$  是函数  $g(x) = \frac{\int_0^x f(t) dt}{x}$  的（ ）间断点.

- A. 跳跃      B. 可去      C. 无穷      D. 振荡 购买期末复习宝典

4. 设函数  $f(x)$  满足等式  $f(x) = x^2 - 2 \int_0^1 f(t) dt$ , 则  $\int_0^1 f(x) dx =$ （ ）.

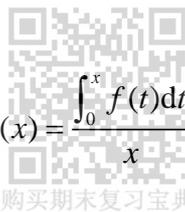
- A. 1      B.  $\frac{1}{9}$       C. -1      D.  $-\frac{1}{3}$

5. 积分  $\int_1^3 \frac{dx}{x \ln x} =$ （ ）.

- A.  $\ln \ln 3$       B. 0      C.  $+\infty$       D. 1

二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{1 - 2x} =$ \_\_\_\_\_.



2. 若  $f(x)$  是可导函数, 且  $f(e^x + 1) = e^{2x} + e^x + 1$ ,  $df(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ . (四川某重点高校)

3. 曲线  $y = 2x^3$  的拐点是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

4. 定积分  $\int_{-1}^1 (\tan x \sin x^4 + \sqrt{1-x^2}) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

5. 不定积分  $\int \sin x e^{2\cos x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

三、求下列极限: (每题 6 分, 共 12 分)

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - \sqrt{\cos x}}{x \sin x}$ ;

(2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \ln(1+t) dt}{x^2(1-\cos x)}$ . (北京某 985 高校)



四、(本题 6 分) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+bx)}{x}, & x > 0, \\ 2, & x = 0, \\ (1+ax)^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 求  $a, b$ .

五、(本题 6 分) 讨论函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}, & x \neq 0, \\ \frac{1}{2}, & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处的可微性.



六、（本题 6 分）设函数  $y = y(x)$  由方程  $e^{xy} - 1 = x + \int_1^y e^{u^2} du$  确定，求  $y'(x)$  及  $y'(0)$ 。

七、（本题 7 分）求曲线  $\begin{cases} x = a \cos^3 t, \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$  在  $t = \frac{\pi}{4}$  处相应点的切线方程。

八、（本题 8 分）求函数  $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{(x+1)^2}$  的单调区间与极值及图形的凹凸区间与拐点。



购买期末复习宝典

九、求下列不定积分：（每题 7 分，共 14 分）

(1)  $\int \tan^3 x \sec^4 x dx$ ;

(2)  $\int \frac{\arctan e^x}{e^x} dx$ .

十、（本题 9 分）

(1) 计算不定积分  $\int \frac{1}{1+2\sin^2 x} dx$ ;

(2) 设  $f(x)$  是  $(-\infty, +\infty)$  上一以  $T$  为周期的连续函数 ( $T > 0$ )，证明：

$\int_C^{C+T} f(x) dx$  是一个与  $C$  无关的量；

(3) 计算定积分  $\int_0^{2020\pi} \frac{1}{1+2\sin^2 x} dx$ .



关注领取数学期末复习宝典

十一、（本题 8 分）设正整数  $n \geq 2$ ,

(1) 证明方程  $x + x^2 + \cdots + x^n = 1$  有唯一的小于 1 的正实根;

(2) 记 (1) 中方程的实根为  $x_n$ , 证明  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{1}{2}$ .

十二、（本题 6 分）证明不等式  $e^x > 2x - 1, \forall x \in \mathbf{R}$ . (北京某 985 高校)

十三、（本题 8 分）设平面图形由曲线  $y = e^x$  过  $(0,0)$  点的切线、 $y$  轴及曲线  $y = e^x$  所围成.

(1) 求该平面图形的面积;

(2) 求该平面图形绕  $x = 1$  旋转一周所得旋转体的体积.



## 高等数学（上）期末模拟试卷（A1）参考答案

一、 1. C.    2. D.    3. B.    4. B.    5. C.

二、 1.  $e^{-2}$ .    2.  $(2x-1)dx$ .    3.  $(0,0)$ .    4.  $\frac{\pi}{2}$ .

5.  $-\frac{1}{2}e^{2\cos x} + C$ .

三、 1.  $\frac{3}{4}$ .    2. 1.    四、  $a=\ln 2, b=2$ .

五、 可微.    六、  $y'(x) = \frac{1-ye^{-y}}{e^{xy}x - e^{y^2}}, y'(0) = 0$ .

七、  $y+x = \frac{a}{\sqrt{2}}$ .    八、 略.

九、 (1)  $\frac{\tan^6 x}{6} + \frac{\tan^4 x}{4} + C$ ;

(2)  $-e^{-x} \arctan e^x + x - \frac{1}{2} \ln(1+e^{2x}) + C$ .

十、 (1)  $\frac{1}{\sqrt{3}} \arctan \sqrt{3} \tan x + C$ ;    (2) 略;

(3)  $\frac{2020\pi}{\sqrt{3}}$ .

十一、 略.    十二、 略.

十三、 (1)  $\frac{e}{2} - 1$ ;    (2)  $\left(\frac{5}{3}e - 4\right)\pi$ .

