

高等教育出版社正式出版

**HEP**  
**MNFG** 高校数学期末复习宝典

不挂科 高数叔 

# 高等数学（上） 期末模拟试卷



购买期末复习宝典



关注领取数学期末复习宝典

## 高等数学（上）期末模拟试卷 A-2

一、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\arcsin x}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处 ( ).

- A. 连续且可导      B. 连续但不可导      C. 可导但不连续      D. 不连续

2.  $d(\arctan \frac{1}{x}) = ( )$ .

- A.  $-\frac{1}{1+x^2} dx$       B.  $\frac{1}{1+x^2} dx$       C.  $\frac{x}{1+x^2} dx$       D.  $-\frac{x^2}{1+x^2} dx$

3. 设函数  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$  在  $x=1$  处取得极大值 2，则必有 ( ).

- A.  $a = -4, b = 5$       B.  $a = 4, b = -5$       C.  $a = 1, b = -3$       D.  $a = -1, b = 3$

4. 设函数  $f(x) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \arctan e^{tx}$ ，则  $x=0$  是  $f(x)$  的 ( ). (山西某重点高校)

- A. 连续点      B. 跳跃间断点      C. 可去间断点      D. 无穷间断点

5. 下列反常积分收敛的是 ( ).

- A.  $\int_e^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$       B.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$       C.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \sqrt{\ln x}} dx$       D.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x (\ln x)^2} dx$

二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ a + \sin^2 x, & x = 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续，则  $a =$  \_\_\_\_\_.

2. 极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-1)(2x-1)(3x-1)(4x-1)(5x-1)}{(2x+3)^3(3x+2)^2} =$  \_\_\_\_\_.

3. 若  $f(x) = \sin \frac{x}{2} + e^{2x}$ ，则  $f^{(27)}(0) =$  \_\_\_\_\_.

4. 若当  $x \rightarrow 0$  时，两个函数  $f(x) = \int_0^{\sin x} \sin(t^2) dt$  与  $g(x) = x^k (e^x - 1)$  是同阶无穷小，则常数  $k =$  \_\_\_\_\_.

5. 定积分  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1+x) \cos^6 x dx =$  \_\_\_\_\_.



三、求下列极限：（每题 6 分，共 12 分）

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (a^t - b^t) dt}{\int_0^{2x} \ln(1+t) dt};$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{n+n} \right). \quad (\text{山西某重点高校})$$

四、求导数（每题 8 分，共 16 分）

$$(1) \text{ 设函数 } y = y(x) \text{ 由 } \begin{cases} x = \ln(t + \sqrt{1+t^2}) \\ y = \arctan t \end{cases} \text{ 确定, 求 } \frac{d^2 y}{dx^2}.$$

$$(2) \text{ 设函数 } y = y(x) \text{ 由方程 } x^3 + x^2 y = 1 + y^3 \text{ 确定, 求 } \left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=0}.$$



五、计算下列不定积分（每题 6 分，共 12 分）

(1)  $\int \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx;$

(2)  $\int e^{2x}(\tan x+1)^2 dx.$ （湖南某重点高校）

六、计算定积分（每题 7 分，共 14 分）

(1)  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x}{1+e^{-x}} dx;$ （江苏某重点高校）



(2) 设函数  $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{1-x^2}, & x \leq 0, \\ \frac{1}{1+x}, & x > 0, \end{cases}$  求  $\int_0^2 f(x-1)dx.$



七、（本题 7 分）设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + b, & x \leq 0, \\ \arctan(ax), & x > 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处连续且可导，

(1) 求  $a, b$  的值.

(2) 求  $f'(x)$ ，并判断  $f'(x)$  的连续性.

八、（本题 7 分）判断函数  $f(x) = \frac{x}{1+x}$  的单调性，并证明不等式：

$$\frac{|a+b|}{1+|a+b|} \leq \frac{|a|}{1+|a|} + \frac{|b|}{1+|b|}. \quad (\text{湖北某 985 高校})$$



购买期末复习宝典

九、（本题 8 分）求函数  $f(x) = |xe^{-x}|$  的极值与拐点。（安徽某重点高校）



关注领取数学期末复习宝典

十、(本题 6 分) 设函数  $f(x)$  在  $x = x_0$  处连续,  $g(x)$  在  $x = x_0$  处可导, 且  $g(x_0) = 0$ ,

证明:  $\varphi(x) = f(x)g(x)$  在  $x = x_0$  处可导.

十一、(本题 6 分) 由曲线  $y = x^2$  及直线  $x = 2$ ,  $y = 0$  所围成的图形分别绕  $x$  轴及  $y$  轴旋转一周, 计算两个旋转体的体积.

