

高等教育出版社正式出版

HEP
MNFG 高校数学期末复习宝典

不挂科 高数叔 

高等数学（上） 期末模拟试卷



购买期末复习宝典



关注领取数学期末复习宝典

高等数学（上）期末模拟试卷 A-2

一、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\arcsin x}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处 ().

- A. 连续且可导 B. 连续但不可导 C. 可导但不连续 D. 不连续

2. $d(\arctan \frac{1}{x}) = ()$.

- A. $-\frac{1}{1+x^2} dx$ B. $\frac{1}{1+x^2} dx$ C. $\frac{x}{1+x^2} dx$ D. $-\frac{x^2}{1+x^2} dx$

3. 设函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 在 $x=1$ 处取得极大值 2，则必有 ().

- A. $a = -4, b = 5$ B. $a = 4, b = -5$ C. $a = 1, b = -3$ D. $a = -1, b = 3$

4. 设函数 $f(x) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \arctan e^{tx}$ ，则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的 (). (山西某重点高校)

- A. 连续点 B. 跳跃间断点 C. 可去间断点 D. 无穷间断点

5. 下列反常积分收敛的是 ().

- A. $\int_e^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$ B. $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$ C. $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \sqrt{\ln x}} dx$ D. $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x (\ln x)^2} dx$

二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ a + \sin^2 x, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a =$ _____.

2. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-1)(2x-1)(3x-1)(4x-1)(5x-1)}{(2x+3)^3(3x+2)^2} =$ _____.

3. 若 $f(x) = \sin \frac{x}{2} + e^{2x}$ ，则 $f^{(27)}(0) =$ _____.

4. 若当 $x \rightarrow 0$ 时，两个函数 $f(x) = \int_0^{\sin x} \sin(t^2) dt$ 与 $g(x) = x^k (e^x - 1)$ 是同阶无穷小，则常数 $k =$ _____.

5. 定积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1+x) \cos^6 x dx =$ _____.



三、求下列极限：（每题 6 分，共 12 分）

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (a^t - b^t) dt}{\int_0^{2x} \ln(1+t) dt};$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{n+n} \right). \quad (\text{山西某重点高校})$$

四、求导数（每题 8 分，共 16 分）

$$(1) \text{ 设函数 } y = y(x) \text{ 由 } \begin{cases} x = \ln(t + \sqrt{1+t^2}) \\ y = \arctan t \end{cases} \text{ 确定, 求 } \frac{d^2 y}{dx^2}.$$

$$(2) \text{ 设函数 } y = y(x) \text{ 由方程 } x^3 + x^2 y = 1 + y^3 \text{ 确定, 求 } \left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=0}.$$



五、计算下列不定积分（每题 6 分，共 12 分）

(1) $\int \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx;$

(2) $\int e^{2x}(\tan x+1)^2 dx.$ （湖南某重点高校）

六、计算定积分（每题 7 分，共 14 分）

(1) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x}{1+e^{-x}} dx;$ （江苏某重点高校）



(2) 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{1-x^2}, & x \leq 0, \\ \frac{1}{1+x}, & x > 0, \end{cases}$ 求 $\int_0^2 f(x-1)dx.$



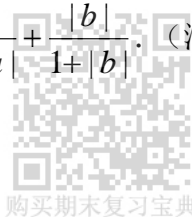
七、（本题 7 分）设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + b, & x \leq 0, \\ \arctan(ax), & x > 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续且可导，

(1) 求 a, b 的值.

(2) 求 $f'(x)$ ，并判断 $f'(x)$ 的连续性.

八、（本题 7 分）判断函数 $f(x) = \frac{x}{1+x}$ 的单调性，并证明不等式：

$$\frac{|a+b|}{1+|a+b|} \leq \frac{|a|}{1+|a|} + \frac{|b|}{1+|b|}. \quad (\text{湖北某 985 高校})$$



九、（本题 8 分）求函数 $f(x) = |xe^{-x}|$ 的极值与拐点。（安徽某重点高校）



十、(本题 6 分) 设函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处连续, $g(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导, 且 $g(x_0) = 0$,

证明: $\varphi(x) = f(x)g(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导.

十一、(本题 6 分) 由曲线 $y = x^2$ 及直线 $x = 2$, $y = 0$ 所围成的图形分别绕 x 轴及 y 轴旋转一周, 计算两个旋转体的体积.

