

高等教育出版社正式出版

HEP
MNFG 高校数学期末复习宝典

不挂科 高数叔 

高等数学（上） 期末模拟试卷（A3）

（试题选自高校期末试卷真题）



购买期末复习宝典

本模拟卷精解精讲视频请扫描



数字高教商城



关注领取数学期末复习宝典

高等数学（上）期末模拟试卷（A3）

一、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 如果数列 $\{a_n\}$ 有界，则 $\{a_n\}$ ().

- A. 收敛 B. 发散 C. 收敛于零 D. 不一定收敛

2. 设函数 $f(x) = x(e^{2x} - 1)$, $g(x) = 1 - \cos(2x)$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的 ().

- A. 等价无穷小 B. 同阶但非等价无穷小
C. 高阶无穷小 D. 低阶无穷小

3. 下列函数在指定区间上满足罗尔定理条件的是 ().

- A. $f(x) = x^2 - 1, x \in [0, 1]$ B. $f(x) = \sin x, x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$
C. $f(x) = |x|, x \in [-1, 1]$ D. $f(x) = \ln(1 + x^2), x \in [-1, 1]$



4. 设曲线积分族 $y = \int f(x)dx$ 中有倾角为 $\frac{\pi}{4}$ 的直线, 则曲线 $y = f(x)$ 的图形是 ().

- A. 平行于 x 轴的直线 B. 抛物线
C. 平行于 y 轴的直线 D. 直线 $y = x$

5. 设 $I_1 = \int_3^4 \ln^2 x dx$, $I_2 = \int_3^4 \ln^4 x dx$, 则 ().

- A. $I_1 > I_2$ B. $I_1 < I_2$ C. $I_2 = I_1^2$ D. $I_2 = 2I_1$

二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} n[\ln(1+n) - \ln n] = \underline{\hspace{2cm}}$.



2. 设函数 $y = f(x)$ 由方程 $y = 1 - xe^y$ 确定，则曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 0$ 处的切线方程为_____.

3. 设 $f(x)$ 连续，且 $\int_0^{x^2-1} f(t)dt = x^4 - 1$ ，则 $f(8) =$ _____.

4. 定积分 $\int_{-1}^3 |x-1| dx =$ _____。（广东某重点高校）

5. 反常积分 $\int_{-\infty}^0 xe^x dx =$ _____。（江苏某重点高校）

三、求下列极限：（每题 6 分，共 12 分）

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - \sin x)^{\frac{1}{x^2}}$;

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{4n^2-1}} + \frac{1}{\sqrt{4n^2-2^2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{4n^2-n^2}} \right)$.（安徽某重点高校）



四、（本题 6 分）指出函数 $f(x) = \frac{|x| \sin(x-2)}{x(x-1)(x-2)}$ 的间断点，并判定其类型。（湖北某 985 高校）



五、求导数（每题 7 分，共 14 分）

1. 已知函数 $y = y(x)$ 由 $\begin{cases} x = \sqrt{1+t}, \\ y = \sqrt{1-t} \end{cases}$ 确定，求 $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$;

2. 求函数 $y = \sqrt{\frac{(x-1)(x+4)^3}{\sqrt{(x-2)^3(x-9)}}}$ 的导数. (广东某重点高校)

六、计算下列不定积分：（每题 7 分，共 14 分）

1. $\int x \ln(1+x^2) dx$;

2. $\int \frac{x^4}{\sqrt{(1-x^2)^3}} dx$.



七、（本题 6 分）设函数 $f(x) = \begin{cases} xe^{-x^2}, & x \geq 0, \\ \frac{1}{1+\cos x}, & -1 \leq x < 0, \end{cases}$ 求 $\int_0^5 f(x-1) dx$.



八、（本题 7 分）设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x}, & x > 0, \\ ax + b, & x \leq 0 \end{cases}$ 在处 $x = 0$ 处可导.（四川某重点高校）

- (1) 求 a, b 的值;
 (2) 求 $f'(x) > \frac{1}{x^2}$ 的解集.

九、（本题 6 分）设 $a > b > 0$ ，证明不等式： $\frac{a-b}{a} < \ln \frac{a}{b} < \frac{a-b}{b}$.（湖南某重点高校）



十、（本题 7 分）求函数 $f(x) = \int_x^{x+1} t(t-2)(t-4)dt$ 在 $[0, +\infty)$ 上的极值点.（江苏某重点高校）



十一、（本题 6 分）设火车每小时所耗燃料费用与火车速度的立方成正比，其他费用每小时 200 元. 已知当火车速度为 20km/h 时，每小时的燃料费用为 40 元，求火车最经济的行驶速度.（广东某重点高校）

十二、（本题 6 分）设函数 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 处连续，在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 内可导，且 $f(\frac{\pi}{2}) = 0$ ，证明：存在一点 $\xi \in (0, \frac{\pi}{2})$ ，使得 $f(\xi) + \tan \xi \cdot f'(\xi) = 0$.（湖北某 985 高校）



十三、（本题 6 分）将圆周 $x^2 + y^2 = 4x - 3$ 绕 y 轴旋转一周，求所得旋转体的体积.（陕西某 985 高校）



高等数学（上）期末模拟试卷（A3）参考答案

一、 1. D. 2. A. 3. D. 4. A. 5. B.

二、 1. 1. 2. $y = -ex + 1$ 3. 18. 4. 4. 5. -1.

三、 1. $e^{\frac{1}{2}}$. 2. $\frac{\pi}{6}$.

四、 $x = 0$ 为跳跃间断点； $x = 1$ 为第二类无穷间断点； $x = 2$ 为可去间断点.

五、 1. $\frac{dy}{dx} = -\sqrt{1+t}$, $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{2}{(1-t)^{3/2}}$.

2. $y' = \frac{y}{2} \left(\frac{1}{x-1} + \frac{3}{x+4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{x-2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x-9} \right)$

六、 1. $\frac{1}{2}(1+x^2)\ln(1+x^2) - \frac{1}{2}x^2 + C$.

2. $-\frac{3}{2}\arcsin x + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2}x\sqrt{1-x^2}$

七、 $\tan \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(e^{-16} - 1)$.



八、略.

九、略.

十、 $x = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ 为极小值点； $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ 为极大值点.

十一、 $\sqrt[3]{20000}$. 十二、略. 十三、 $4\pi^2$.

