

高等教育出版社正式出版

HEP
MNFG 高校数学期末复习宝典

不挂科 高数叔 

高等数学（上） 期末模拟试卷



购买期末复习宝典



关注领取数学期末复习宝典

高等数学（上）期末模拟试卷 A-5

一、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时，函数 $y = \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x}$ 是（ ）.

- A. 无界的但不是无穷大量 B. 无穷大量
C. 有界的但不是无穷小量 D. 无穷小量

2. 设 m, n 为正整数，那么 $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin mx}{\sin nx} =$ （ ）.

- A. $(-1)^{m-n} \frac{m}{n}$ B. $\frac{m}{n}$ C. $-\frac{m}{n}$ D. 不存在

3. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，且 $\int_a^b f(x) dx = 0$ ，则（ ）.

A. $\int_a^b [f(x)]^2 dx = 0$ 一定成立 B. $\int_a^b [f(x)]^2 dx = 0$ 当且仅当 $f(x)$ 单调时成立

C. $\int_a^b [f(x)]^2 dx = 0$ 不可能成立 D. $\int_a^b [f(x)]^2 dx = 0$ 当且仅当 $f(x) \equiv 0$ 时成立

4. 设函数 $f(x) = x^2(x+1)(x+2)$ ，则方程 $f'(x) = 0$ 的实根共有（ ）.

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

5. 若 $f'(2x) = e^{-x}$ ，则 $f(x) =$ （ ）. 采期末复习宝典

- A. $-e^{-x} + C$ B. $e^{-\frac{x}{2}} + C$ C. $-2e^{-\frac{x}{2}} + C$ D. $-\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} + C$

二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 已知当 $x \rightarrow 0$ 时， $(1+ax^2)^{\frac{1}{2}} - 1$ 与 $\cos x - 1$ 是等价无穷小，则常数 $a =$ _____.

2. 已知 $\int_a^b \frac{f(x)}{f(x)+g(x)} dx = c$ ，则 $\int_a^b \frac{g(x)}{f(x)+g(x)} dx =$ _____。（山西某重点高校）

3. 设 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导，且 $f'(1) = 3$ ，则极限 $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(1+2t) - f(1)}{e^{2t} - 1} =$ _____.

4. 曲线 $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ 的铅直渐近线方程为_____.

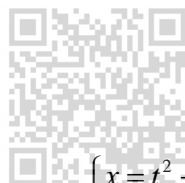


5. 用定积分表示极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n + \frac{1}{n}} + \frac{1}{n + \frac{4}{n}} + \cdots + \frac{1}{n + \frac{n^2}{n}} \right] = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、求极限（每题 6 分，共 12 分）

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{\frac{1}{\ln(1+x)}}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} \right)$.



四、（本题 6 分）已知函数 $y = y(x)$ 由 $\begin{cases} x = t^2 - t, \\ y^3 + 3ty + 1 = 0 \end{cases}$ 确定，求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0}$. （广东某重点高校）

五、（本题 6 分）已知曲线 $y = x^2 + ax + b$ 与曲线 $2y = -1 + xy^3$ 相切于点 $(1, -1)$ ，求 a, b 的值. （山东某一般高校）



六、求高阶导数（每题 6 分，共 12 分）

(1) 已知 $y = x^2 e^{2x}$ ，求 $y^{(10)}$ ；

(2) 已知 $y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$ ，求 $y^{(9)}$ 。(3). (山东某 985 高校)



七、计算下列不定积分（每题 6 分，共 12 分）

(1) $\int \frac{e^{\arctan x}}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} dx$ ；(山西某重点高校)

(2) $\int x^2 e^{-x} dx$. (上海某重点高校)



八、计算定积分（每题 6 分，共 12 分）

(1) $\int_0^4 \frac{x+2}{\sqrt{2x+1}} dx$; (广东某重点高校)

(2) $\int_0^1 \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$.



九、(本题 6 分) 求函数 $f(x) = x + \sqrt{3-x}$ 的单调区间及极值. (广东某重点高校)

十、(本题 6 分) 证明不等式: $x - \frac{x^2}{2} < \ln(1+x) < x$, 其中 $x > 0$. (广东某重点高校)



十一、（本题 6 分）设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，证明在 $(0,1)$ 中至少存在一点 ξ ，使得 $\int_0^{\xi} f(x)dx = (1-\xi)f(\xi)$. （广东某重点高校）

十二、（本题 6 分）设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内二阶可导，且 $f''(x) \geq 0$.

证明 $\int_0^1 f(x^\alpha)dx \geq f\left(\frac{1}{\alpha+1}\right)$ ($\alpha > 0$). （上海某重点高校）



十三、（本题 6 分）记曲线 $y = x^2$ ， $y = -x^2 + 2$ 所围成图形为 E ，求：（1） E 的面积；（2） E 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积.

