

高等教育出版社正式出版

HEP
MNFG 高校数学期末复习宝典

不挂科 高数叔 

高等数学（上） 期末模拟试卷（B1）

（试题选自高校期末试卷真题）



购买期末复习宝典

本模拟卷精解精讲视频请扫描



数字高教商城



关注领取数学期末复习宝典

高等数学（上）期末模拟试卷（B1）

一、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 设数列 $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right) \sin \frac{n\pi}{2}$ ，则下列说法正确的是（ ）.

- A. 该数列极限是 1 B. 该数列极限是 0
C. 该数列极限不存在 D. 该数列极限存在，但不确定其数值

2. 设函数 $y = f(x)$ 具有二阶导数，且 $f'(x) < 0$ ， $f''(x) > 0$ ， Δx 为自变量 x 在 x_0 处的增量， Δy ， dy 分别是函数在点 x_0 处对应的增量和全微分，则当 $\Delta x > 0$ 时（ ）.（山西某重点高校）

- A. $dy < \Delta y < 0$ B. $dy > \Delta y > 0$
C. $\Delta y < dy < 0$ D. $\Delta y > dy > 0$

3. 函数 $f(x) = \frac{1-x^2}{\sin \pi x}$ 的可去间断点的个数是（ ）.（山西某重点高校）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



4. 函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导的一个充分必要条件是（ ）.（四川某重点高校）

- A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^2) - f(0)}{x^2}$ 存在 B. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(-h)}{h}$ 存在
C. $\lim_{t \rightarrow -\infty} t(f(\frac{1}{t}) - f(0))$ 存在 D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\sin x) - f(0)}{x}$ 存在

5. 设有如下四个积分： $I_1 = \int_{-\pi}^{\pi} \sin^4 x dx$ ， $I_2 = \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 x dx$ ， $I_3 = \int_{-\pi}^{\pi} x^2 dx$ ， $I_4 = \int_{-\pi}^{\pi} x \sin^2 x dx$ ，则有（ ）.

- A. $I_2 > I_1 > I_3 > I_4$ B. $I_3 > I_2 > I_1 > I_4$
C. $I_4 > I_1 > I_3 > I_2$ D. $I_1 > I_2 > I_4 > I_3$



二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 曲线 $y = \frac{x^2}{1+x}$ 的斜渐近线方程是_____.

2. 设 k 是正整数，且极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{2020}}{n^k - (n-1)^k}$ 的值是非零常数，则 $k =$ _____。（江苏某重点高校）

3. 设曲线 $y = x^n$ 在 $(1,1)$ 处的切线与 x 轴交于点 $(\xi_n, 0)$ ，则极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\xi_n)^n =$ _____.

4. 定积分 $\int_0^{m\pi} |\sin x| dx =$ _____。（山西某重点高校）

5. 设曲线 $y = f(x)$ 在 $(1,1)$ 点处曲率圆为 $x^2 + y^2 = 2$ ，则在 $(1,1)$ 点处 $y = f(x)$ 的曲率为_____.



三、求下列极限：（每题 6 分，共 12 分）

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} (x + \cos x)^{\frac{2}{x}}$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x+x^2) - x}{e^{\cos x} - e}$ 。（湖北某 985 高校）



四、（本题 6 分）设函数 $y = y(x)$ 由 $\begin{cases} x = \ln(1+t^2), \\ ty + e^y = 1 \end{cases}$ 确定，求 $\frac{dy}{dx}$. （江苏某重点高校）

五、（本题 6 分）求曲线 $\sin(xy) + \ln(y-x) = x$ 在 $(0,1)$ 处的切线方程.



购买期末复习宝典

六、计算定积分（每题 7 分，共 28 分）

(1) $\int_0^1 \frac{\arctan x}{\sqrt{(1+x^2)^3}} dx;$

(2) $\int_{-\frac{1}{2}}^1 |\ln(1+x)| dx;$ （四川某重点高校）

(3) $\int_{-1}^1 \frac{2x^2 + x^2 \sin x}{1 + \sqrt{1-x^2}} dx;$ （陕西某 985 高校）

(4) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{x} \left(\int_{\frac{\pi}{2}}^{\sqrt{x}} \sin t^2 dt \right) dx.$ （天津某 985 高校）



关注领取数学期末复习宝典

七、（本题 6 分）求函数 $f(x) = (x^2 + x - 5)e^x$ 的单调区间和极值.

八、（本题 6 分）设函数 $f(x)$ 为连续函数，且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$ ，若 $g(x) = \int_0^1 f(xt) dt$ ，求 $g'(0)$.（四川某重点高校）

九、（本题 6 分）设函数 $f(x)$ 在 $[0,3]$ 上连续，在 $(0,3)$ 内可导，且 $f(0) + f(1) + f(2) = 3$ ， $f(3) = 1$ ，证明：必存在 $\xi \in (0,3)$ ，使得 $f'(\xi) = 0$.（江苏某重点高校）

十、（本题 6 分）设 $0 < x_1 < 3$ ， $x_{n+1} = \sqrt{x_n(3 - x_n)} (n = 1, 2, \dots)$ ，证明数列 $\{x_n\}$ 的极限存在，并求此极限.（陕西某 985 高校）



十一、（本题 7 分）设 $0 < a < b$ ，证明不等式

$$\frac{2a}{a^2 + b^2} < \frac{\ln b - \ln a}{b - a} < \frac{1}{\sqrt{ab}}. \quad (\text{考研真题})$$



十二、（本题 7 分）过原点 $(0,0)$ 做曲线 $y = \ln x$ 的切线，该切线与曲线 $y = \ln x$ 及 x 轴围成一平面图形 D . (1) 计算 D 的面积；(2) 求 D 绕 x 轴旋转所得的旋转体体积.（北京某 985 高校）



高等数学（上）期末模拟试卷（B1）参考答案

一、 1. C. 2. A. 3. B. 4. D. 5. B.

二、 1. $y = x - 1$. 2. 2021. 3. $\frac{1}{e}$. 4. $2n$. 5. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

三、 1. e^2 . 2. $-\frac{1}{e}$.

四、 $-\frac{y}{t+e^y} \cdot \frac{1+t^2}{2t}$.

五、 $y = x + 1$.

六、 (1) $\frac{\sqrt{2}\pi}{8} + \frac{\sqrt{2}}{2} - 1$; (2) $\frac{3}{2} \ln 2 - \frac{1}{2}$; (3) $4 - \pi$; (4) $-\frac{1}{3}$.

七、略. 八、1.

九、略. 十、 $\frac{3}{2}$.

十一、略. 十二、(1) $\frac{e}{2} - 1$ (2) $\pi(2 - \frac{2}{3}e)$.

