

高等教育出版社正式出版

HEP
MNFG 高校数学期末复习宝典

不挂科 高数叔 

高等数学（上） 期末模拟试卷（B2）



购买期末复习宝典



关注领取数学期末复习宝典

高等数学（上）期末模拟试卷（B2）

一、选择题（每题 3 分，共 15 分）

- 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x+x^2) + \arcsin 3x}{\sin 2x + (\tan x)^2}$ 的值是 (). (北京某 985 高校)

A. 2 B. 4 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$
- 设函数 $f(x) = (x^2 - x - 2)|x^3 - x|$ ，则该函数不可导点的个数为 ().

A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
- 设函数 $f(x)$ 满足 $f''(x) + x^2 f'(x) + x f(x) = 0$ ，且 $f(0) = 1$ ，则 $\delta > 0$ ，使得 ().
(山西某重点高校)

A. 在 $(-\delta, 0)$ 内是增函数，在 $(0, \delta)$ 内是减函数

B. 在 $(-\delta, 0)$ 内是减函数，在 $(0, \delta)$ 内是增函数

C. 在 $(-\delta, 0)$ 内是凹函数，在 $(0, \delta)$ 内是凸函数

D. 在 $(-\delta, 0)$ 内是凸函数，在 $(0, \delta)$ 内是凹函数
- 曲线 $y = (x+2)e^{\frac{1}{x}}$ 的渐近线共有 () 条.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 设 $I_1 = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+x^2} dx$ ， $I_2 = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x + \cos^4 x) dx$ ， $I_3 = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^2 \sin^3 x - \cos^4 x) dx$ ，
则下列关系正确的是 ().

A. $I_1 > I_2 > I_3$ B. $I_1 > I_3 > I_2$ C. $I_2 > I_1 > I_3$ D. $I_2 > I_3 > I_1$

二、填空题（每题 3 分，共 15 分）

- 设周期函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导，周期为 5，又 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1+x)}{2x} = -1$ ，
则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(6, f(6))$ 处切线的斜率为_____。(陕西某重点高校)
- 已知函数 $f(x) = \ln(\sqrt[5]{5x})$ ，则 $\frac{d^5 y}{dx^5} =$ _____.



3. 设 $F(x)$ 为 $f(x)$ 的一个原函数, $\frac{f(x)}{F(x)} = \frac{1}{1+x^2}$, 且 $f(0)=1$, 则 $f(x)$ = _____.

4. 反常积分 $\int_1^3 \ln \sqrt{\frac{\pi}{|2-x|}} dx =$ _____ . (陕西某 985 高校)

5. 抛物线 $y = 0.4x^2$ 在点 $(0,0)$ 处的曲率半径是 _____ . (北京某重点高校)

三、求下列极限 (每题 6 分, 共 12 分)

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (t \sin t + \tan^3 t \cdot \ln t) dt}{\cos x \cdot \int_0^x \ln^2(1+t) dt};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + \frac{x^2}{2} - \sqrt{1+x^2}) \cos x^2}{\cos x - e^{-\frac{x^2}{2}}}. \quad (\text{四川某 985 高校})$$



四、(本题 6 分) 设函数 $y = f(x) = 3x^5 + 3x - 4$, 且 $f(2) = 2$. 求 $(f^{-1})'(2)$, $(f^{-1})''(2)$.

(f^{-1} 为 f 的反函数) (北京某 985 高校)

五、(本题 6 分) 设由方程 $y^3 + xy + x^2 - 2x + 1 = 0$ 确定的函数 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的二阶导数. (山东某 985 高校)



六、计算不定积分 (每题 6 分, 共 12 分)

(1) $\int (x\sqrt{1+x^2} + \frac{1}{x(1+\ln x)}) dx$; (江苏某一般高校)

(2) $\int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx$. (北京某 985 高校)



七、（本题 6 分）计算定积分 $\int_{\frac{1}{2}}^2 (1+x-\frac{1}{x})e^{x+\frac{1}{x}}dx$. （上海某 985 高校）

八、（本题 6 分）设函数 $f(x) = \int_0^1 |t(t-x)|dt$ ($0 < x < 1$)，求函数的极值、单调区间及曲线的凹凸区间.



九、（本题 6 分）求函数 $f(x) = xe^{1+x^2}$ 的带佩亚诺余项的 $2n+1$ 阶的麦克劳林公式.
（上海某 985 高校）

十、（本题 6 分）设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导， $f(0) = 0$ ，证明：必存在 $\xi \in (0,1)$ ，使得 $f(1-\xi) = \xi f'(1-\xi)$.



十一、（本题 6 分）设数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1 = 1$ ， $a_n = \frac{a_{n-1}}{n(a_{n-1} + 1)}$ ， $n \geq 2$ ， 证明：

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n! a_n = \frac{1}{e}. \quad (\text{四川某 985 高校})$$

十二、（本题 6 分）证明：当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时， $\sin x + \tan x > 2x$. （北京某重点高校）



十三、（本题 6 分）把曲线 $y = \frac{\sqrt{x}}{1+x^2}$ 绕 x 轴旋转得到一个旋转体，它介于 $x=0$ 与

$x=\xi$ 之间的体积记为 $V(\xi)$ ，求 a 等于何值时，能使 $V(a) = \frac{1}{2} \lim_{\xi \rightarrow +\infty} V(\xi)$. （湖北某 985 高校）



十四、（本题 6 分）设函数 $f(x)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上有一阶连续导数，且 $f'(x) \geq 0 (x \in [0, 2\pi])$ ，证明：对任意正整数 n ，有

$$\left| \int_0^{2\pi} f(x) \sin \left(n \frac{x}{2} \right) dx \right| \leq \frac{2}{n} \max_{x \in [0, 2\pi]} |f'(x)|. \quad (\text{天津某 985 高校})$$

