

高等教育出版社正式出版

HEP
MNFG 高校数学期末复习宝典

不挂科 高数叔 

线性代数 期末模拟试卷 (B2)

(试题选自高校期末试卷真题)



购买期末复习宝典

本模拟卷精解精讲视频请扫描



数字高教商城



关注领取数学期末复习宝典

线性代数期末模拟试卷 (B2)

一、填空题 (30分, 每题3分)

1. 设 \mathbf{A} 为10阶方阵 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 10^{10} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$, λ 为常数, 则 $|\mathbf{A} - \lambda \mathbf{E}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是三维列向量, 已知行列式 $|(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)| = a$, 则行列式

$$|(\alpha_1 + 2\alpha_2, \alpha_2 + 2\alpha_3, \alpha_3 + 2\alpha_1)| = \underline{\hspace{2cm}}.$$



3. 设 n 维行向量 $\alpha = \left(\frac{1}{2}, 0, \dots, 0, \frac{1}{2}\right)$, 矩阵 $\mathbf{A} = \mathbf{E} - \alpha^T \alpha$, $\mathbf{B} = \mathbf{E} + 2\alpha^T \alpha$, 其中 \mathbf{E} 为 n 阶单位矩阵, 则 $\mathbf{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 设 n ($n \geq 3$) 阶方阵 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & a & a & \cdots & a \\ a & 1 & a & \cdots & a \\ a & a & 1 & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a & a & a & \cdots & 1 \end{pmatrix}$, 若 $R(\mathbf{A}) = n - 1$, 则 a 必为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



5. 设矩阵 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 5 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 且 \mathbf{A} 的秩等于 2, 则 $a =$ _____.

6. 设 \mathbf{A} 是 n 阶对称阵, 且 \mathbf{A} 可逆, 若 $(\mathbf{A} - \mathbf{B})^2 = \mathbf{E}$, 化简 $(\mathbf{E} + \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}^T)^T(\mathbf{E} - \mathbf{B}\mathbf{A}^{-1})^{-1}$ 为 _____.

7. 设 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 7 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = (\mathbf{E} + \mathbf{A})^{-1}(\mathbf{E} - \mathbf{A})$, 则 $(\mathbf{E} + \mathbf{B})^{-1} =$ _____.



8. 已知 \mathbf{A} 为 3 阶矩阵, \mathbf{E} 为 3 阶单位矩阵, 如果 \mathbf{A} , $\mathbf{A} - 2\mathbf{E}$, $\mathbf{A} - 3\mathbf{E}$ 均不可逆, 则 $|\mathbf{A} + \mathbf{E}| =$ _____.

9. 设 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, \mathbf{B} 为 3 阶非零矩阵, 且 $\mathbf{A}\mathbf{B} = \mathbf{0}$, 则 $a =$ _____.



10. 设 \mathbf{A}, \mathbf{B} 为 2 阶矩阵, 且 $|\mathbf{A}|=2$, $|\mathbf{B}|=3$, $\mathbf{A}^*, \mathbf{B}^*$ 分别为 \mathbf{A}, \mathbf{B} 的伴随矩阵, 则分块矩阵

$\begin{pmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{A} \\ \mathbf{B} & \mathbf{O} \end{pmatrix}$ 的伴随矩阵为_____.

二、(10 分) 计算 n 阶行列式 $D_n = \begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix}$, 其中 $a_1 a_2 \cdots a_n \neq 0$.



三、(6 分) 已知 \mathbf{A}, \mathbf{B} 为 3 阶矩阵, 且 $2\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} = \mathbf{B} - 4\mathbf{E}$, 证明: 矩阵 $\mathbf{A} - 2\mathbf{E}$ 可逆.

四、(12 分) 已知四元齐次方程组 (I) $\begin{cases} x_1 + x_2 = 0, \\ x_2 - x_4 = 0 \end{cases}$ 与 (II) $\begin{cases} x_1 - mx_2 + x_3 = 0, \\ x_2 - x_3 + nx_4 = 0, \end{cases}$

(1) 求方程组 (I) 的基础解系;

(2) 问方程组 (II) 中的参数 m, n 满足何值时, 方程组 (I) 与 (II) 有非零公共解?



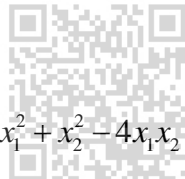
五、(12分) 已知 $\alpha_1 = (1, 1, 1)^T$, $\alpha_2 = (1, 2, 3)^T$, $\alpha_3 = (1, 3, t)^T$,

(1) 求 t 为何值时, 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关;

(2) 求 t 为何值时, 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关;

(3) 当向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关时, 将 α_3 表示成 α_1 和 α_2 的线性组合.

六、(12分) 求 a, b , 使得方阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ a & 1 & b \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 能够对角化.



七、(12分) 试求正交变换把二次型 $f = 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$ 变为标准形, 且

$2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3 = 1$ 表示何种曲面?

购买期末复习宝典

八、(8分) 设 A 是 n 阶正定实对称阵, 证明 $|A + 2E| > 2^n$.



关注领取数学期末复习宝典