高等教育出版社正式出版

HEP MNFG 高校数学期末复习宝典

不挂科 高数叔

概率论与数理统计
期末模拟试卷（B2）

（试题选自高校期末试卷真题）

概率论与数理统计模拟期末试卷（B2）

一、填空题（本题 15 分，每小题 3 分）

1. 设 A,B,C 是随机事件，A 与 C 互不相容，$P(AB)=\dfrac{1}{2}$，$P(C)=\dfrac{1}{3}$，则 $P(AB|\overline{C})=$______.

2. 设 $X \sim N(3,\sigma^2)$，且 $P\{3<X<6\}=0.2$，则 $P\{X<0\}=$______.

3. 设实验成功的概率为 $\dfrac{3}{4}$，失败的概率为 $\dfrac{1}{4}$，独立重复试验直到成功两次为止，则试验次数的数学期望为______.

4. 设随机变量 X 和 Y 的数学期望分别为 -2 和 2，方差分别为 1 和 4，而相关系数为 -0.5，则根据切比雪夫不等式有 $P\{|X+Y|\geq 6\}\leq$______.

5. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，其中参数 μ,σ^2 未知，记 $\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$，$Q^2=\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，则假设 $H_0:\mu=0$ 的 t 检验使用统计量 $t=$______.

二、选择题（本题 15 分，每小题 3 分）

1． 设 A,B 为两个随机事件，且 $P(A)\neq 0, P(B|A)=1$，则有（　　）.

A． $P(A+B)=P(AB)$

B． $P(A+B)=P(A)$

C． $P(A+B)=P(B)$

D． $P(A+B)=P(A)+P(B)$

2． 设 $f_1(x)$ 为标准正态分布的概率密度， $f_2(x)$ 为 $[-1,3]$ 上均匀分布的概率密度，若 $f(x)=\begin{cases} af_1(x), & x\leq 0 \\ bf_2(x), & x>0 \end{cases}$ $(a>0,b>0)$ 为概率密度，则 a,b 应满足（　　）.

A. $2a+3b=4$　　B. $3a+2b=4$　　C. $a+b=1$　　D. $a+b=2$

3． 设随机变量 X 与 Y 相互独立同分布，已知 $P(X=k)=pq^{k-1}\ (k=1,2,3,\cdots)$，其中 $0<p<1, q=1-p$，则 $P(X=Y)=$（　　）.

A． $\dfrac{p}{2-p}$　　B． $\dfrac{1-p}{2-p}$　　C． $\dfrac{p}{1-p}$　　D． $\dfrac{2p}{1-p}$

4. 设随机变量 $X\sim B\left(1,\frac{1}{4}\right),Y\sim B\left(1,\frac{1}{3}\right)$，已知 $P\{XY=1\}=\frac{1}{12}$，记 ρ 为 X 和 Y 的相关系数，则（　　）.

A. $\rho=1$

B. $\rho=-1$

C. $\rho=0$，但 X,Y 不独立

D. $\rho=0$，且 X,Y 相互独立

5. 设随机变量 $X\sim t(n)$ $(n>1)$，若 $Y=\frac{1}{X^2}$，则（　　）.

A. $Y\sim\chi^2(n)$　　B. $Y\sim\chi^2(n-1)$

C. $Y\sim F(n,1)$　　D. $Y\sim F(1,n)$

三、（本题 10 分）甲乙两人约好上午 8 点到 12 点见面，若甲先到，则等半小时离去，若乙先到，则等一小时离去，求甲乙两人能见面的概率.

四、（本题 10 分）设随机变量 $X\sim U(0,2)$，求 $Y=X^2$ 的概率密度函数.

五、（本题 14 分）设随机变量 X,Y 相互独立，X 的概率分布为 $P(X=i)=\frac{1}{3},(i=-1,0,1),$

Y 的概率密度为 $f_Y(y)=\begin{cases}1, & 0\le y<1,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$ 记 $Z=X+Y$.

（1）求 $P(Z\le\frac{1}{2}\big|X=0)$；

（2）求 Z 的概率密度 $f_Z(z)$.

六、（本题 12 分）已知二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}6x, & 0<x<1,\ x<y<1,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$$

求随机变量 Y 的 $E(Y)$，$E(Y^2)$，$D(Y)$.

七、（本题 14 分）设总体 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\lambda^2 x\mathrm{e}^{-\lambda x}, & x>0,\\ 0, & 其他,\end{cases}$$

其中 $\lambda(\lambda>0)$ 未知， $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本.

（1）求参数 λ 的矩估计量；

（2）求参数 λ 的最大似然估计量.

八、（本题 10 分）设总体 X 的概率分布为

X	1	2	3
p	$1-\theta$	$\theta-\theta^2$	θ^2

其中 $\theta\in(0,1)$ 是未知参数. 以 N_i 来表示来自总体 X 的简单随机样本（样本容量为 n ）中等于 i 的个数（ $i=1,2,3$ ），试求常数 a_1,a_2,a_3，使 $T=\sum\limits_{i=1}^{3}a_iN_i$ 为 θ 的无偏估计量，并求 T 的方差.