

高等教育出版社正式出版

HEP
MNFG 高校数学期末复习宝典

不挂科 高数叔 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$

概率论与数理统计 期末模拟试卷 (B3)

(试题选自高校期末试卷真题)



购买期末复习宝典

本模拟卷精解精讲视频请扫描



数字高教商城



关注领取数学期末复习宝典

概率论与数理统计模拟期末试卷 (B3)

一、填空题 (本题 15 分, 每小题 3 分)

1. 设事件 $P(A)=a, P(B)=b, P(A+B)=c$, 则 $P(\overline{A}\overline{B} + \overline{A}B) = \underline{\hspace{2cm}}$.

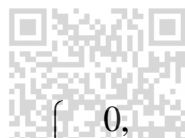
2. 设每次独立试验只有两个结果 A 和 \overline{A} , 且每次试验中概率不变, 设 $P(A) = p$ ($0 < p < 1$), 且三次试验中 A 至少出现一次的概率为 $\frac{19}{27}$, 则 $p = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ \frac{5x+7}{16}, & -1 \leq x < 1, \\ 1, & x \geq 1, \end{cases}$ 则 $P\{X^2 = 1\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 已知随机变量 X_1 与 X_2 相互独立且分别服从参数为 λ_1, λ_2 的泊松分布, 已知 $P\{X_1 + X_2 > 0\} = 1 - e^{-1}$, 则 $E(X_1 + X_2)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2e^{-x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$ 试用切比雪夫不等式估计概

率 $P(1 < X < 5) > \underline{\hspace{2cm}}$.



二、选择题（本题 15 分，每小题 3 分）

1. 对于任意两个事件 A 和 B ，下列命题正确的是（ ）。

- A. 如果 A 和 B 互不相容，则 A 和 B 一定不独立
- B. 如果 A 和 B 相互对立，则 A 和 B 一定不独立
- C. 如果 A 和 B 相互独立，则 A 和 B 一定互不相容
- D. 如果 A 和 B 相互对立，则 A 和 B 一定互不相容

2. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(0,1)$ ，对给定的 $\alpha(0 < \alpha < 1)$ ，数 u_α 满足

$P\{X > u_\alpha\} = \alpha$ ，若 $P\{X < x\} = \alpha$ ，则 $x =$ （ ）。

- A. $u_{\frac{\alpha}{2}}$
- B. $u_{1-\frac{\alpha}{2}}$
- C. $u_{\frac{1-\alpha}{2}}$
- D. $u_{1-\alpha}$

3. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 X 服从标准正态分布 $N(0,1)$ ， Y 的概率分布为

$P\{Y = 0\} = P\{Y = 1\} = \frac{1}{2}$ ，记 $F_Z(z)$ 为随机变量 $Z = XY$ 的分布函数，则函数 $F_Z(z)$ 的间断点

个数为（ ）。

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3



4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $E(X)$ 与 $E(Y)$ 存在, 记 $U = \max\{X, Y\}$, $V = \min\{X, Y\}$, 则 $E(UV) =$ () .

- A. $EU \cdot EV$ B. $EX \cdot EY$ C. $EU \cdot EY$ D. $EX \cdot EV$

5. 设 X_1, X_2, \dots, X_{18} 是取自正态总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$ 的简单随机样本, 且统计量

$$U = \frac{2(X_1^2 + \dots + X_i^2)}{X_{i+1}^2 + \dots + X_{18}^2}$$
 服从 F 分布, 则 $i =$ () .

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7



购买期末复习宝典

三、(本题 10 分) 甲乙丙三人射击的命中率分别为 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}$, 则

(1) 甲乙丙同时向目标射击, 求目标被命中的概率;

(2) 甲乙丙中先选一人, 再进行射击, 求目标被命中的概率.



四、(本题 10 分) 一个复杂的系统由 100 个相互独立工作的部件组成. 在整个运行期间, 每个部件损坏的概率为 0.1, 为了使整个系统起作用, 至少必须有 85 个部件工作. 求整个系统正常工作的概率.

五、(本题 14 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} ce^{-(2x+y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

(1) 求常数 c 的值;

(2) 试分析随机变量 X, Y 是否独立;

(3) 求概率 $P(Y \leq X)$.



购买期末复习宝典

六、(本题 12 分) 设 $X_i \sim N(0, \sigma^2), (i=1, 2, \dots, n)(n > 2)$ 且相互独立, 令

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, Y_i = X_i - \bar{X}, (i=1, 2, \dots, n).$$

(1) 求 $E(Y_i^2)$; (2) 求 $Cov(Y_1, Y_n)$.



关注领取数学期末复习宝典

七、(本题 14 分) 设总体 X 的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta}, & 0 < x < \theta, \\ \frac{1}{2(1-\theta)}, & \theta \leq x < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

其中 $\theta(0 < \theta < 1)$ 是未知参数, 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的简单随机样本, \bar{X} 是样本均值.

(1) 求参数 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}$;

(2) 判断 $4\bar{X}^2$ 是否为 θ^2 的无偏估计量, 并说明理由.



八、(本题 10 分) 某工厂生产的产品使用寿命 $X \sim N(\mu, 40\,000)$, 以往生产的产品平均使用寿命为 $\mu=1500$ 小时. 现在工厂使用了新的工艺来生产产品, 从新产品中抽取 25 个, 测得平均寿命为 1675 小时, 问在显著性水平 0.05 下, 是否可以认为产品的使用寿命有显著提高?

